

Géospatologie

Georges NICOLAS et Solomon MARCUS
Université de Lausanne - Académie des sciences de Bucarest

Le but de ce texte est de montrer comment il est possible de passer d'une géographie à une autre sur une base rigoureuse et systématique sans qu'il soit nécessaire de postuler une quelconque unité des géographies.

L'emploi de la *différentiation géographique* et du *produit géographique* entraîne une définition du *lieu-objet géographique* qui offre une solution au rapport entre localisation et lieu sur une base mathématique. Ces définitions introduisent à la compréhension du paradoxe des rapports entre les géographies et les cartographies qui utilisent les lieux-objets de manière différente mais complémentaire. Les cartographies emploient les lieux-objets en les dissociant. Soit que la cartographie analytique représente un même objet dans différents lieux qu'elle assimile à des localisations ; soit que la cartographie synthétique représente des objets différents dont les lieux correspondants sont tous localisés dans une même localisation. Les géographies usent couramment de ces deux types de cartes mais elles s'efforcent également de fabriquer des mappes qui représentent les relations entre des lieux-objets non dissociés.

Loin d'être incompatible avec une approche qualitative dans les géographies cette solution permet d'aborder les approches littéraires de la problématique des lieux en permettant de distinguer entre lieux-objets géographiques homogènes et lieux-objets pseudo-géographiques hétérogènes. Elle fournit également les moyens nécessaires pour passer des *géographies qualitatives* aux *géographies quantitatives* et formalisés (ou l'inverse).

A partir de ces notions préalables, une formulation des applications nécessaires pour définir les espaces vectoriels nécessaires à la fabrication des matrices de quantification couramment employées est également proposée. Soit que l'on parte des applications des localisations

(confondues avec les lieux) dans les objets (comme dans la plupart des analyses univariées), soit qu'on emploie des applications de localisations dans les localisations d'objets ou des mises en relations d'objets avec d'autres objets (comme dans les analyses multivariées). Enfin, plusieurs démarches nouvelles sont proposées pour utiliser quantitativement des applications de localisations dans des lieux ou dans des lieux-objets (distance géographique).

DEFINITIONS GENERALES

Soit deux ensembles A et B.

D 1 RELATION BINAIRE ET FONCTION

Une *relation binaire* P définie dans A et à valeurs dans B est un ensemble de paires ordonnées $\langle x, y \rangle$ où $x \in A, y \in B$. On écrit alors : $\langle x, y \rangle \in P$ ou $x P y$. Si pour chaque $x \in A$ il y a un seul y tel que $\langle x, y \rangle \in P$, alors P est une *fonction* notée *f*. On écrit alors : $f : A \rightarrow B$ et $f(x) = y$. La fonction est donc un cas particulier de la relation binaire. Par définition, A est l'ensemble de départ et B l'ensemble d'arrivée de la fonction $f : A \rightarrow B$. On peut donc assimiler *la fonction* à une machine dont les entrées sont dans A et les sorties dans B. Une fonction est aussi appelée une application de A dans B.

D 2 PRODUIT CARTESIEN

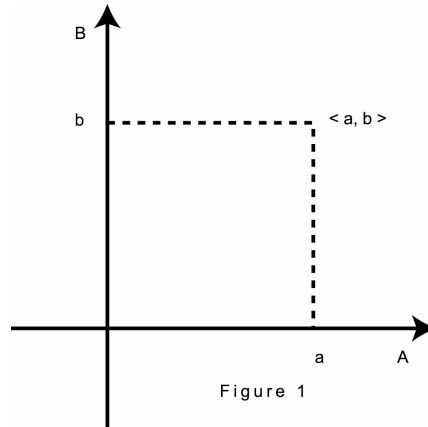
Le *produit cartésien* $A \times B$ est l'ensemble des paires ordonnées $\langle a, b \rangle$ où $a \in A$ et $b \in B$. Le produit cartésien est un cas particulier de la relation binaire : c'est la relation totale. Toute relation binaire est une partie de la relation totale.

Le *produit cartésien* des ensembles :

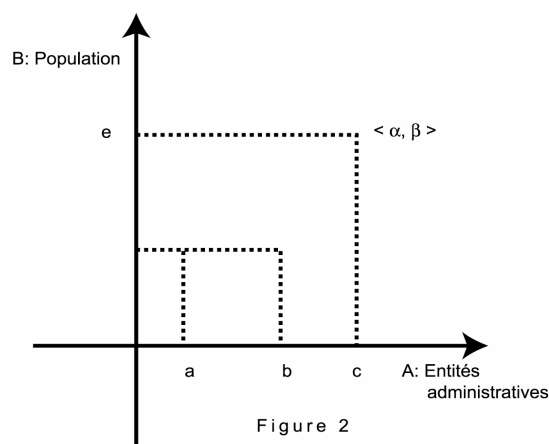
A_1, A_2, \dots, A_n , noté $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, est l'ensemble de toutes les suites ordonnées $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ où $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n$. Pour $n = 2$, la relation est *binaire*, pour $n = 3$ la relation est *trinaire* etc.

D 3 GRAPHE DU PRODUIT CARTESIEN

Le *graphe* (Figure 1) de la relation binaire $P \subset A \times B$ est l'ensemble des points $\langle a, b \rangle$ d'un espace à deux dimensions où : $a \in A, b \in B$ et $\langle a, b \rangle \in P$, avec a l'abscisse et b l'ordonnée du point représenté.



Par analogie avec l'espace euclidien à deux dimensions défini comme le produit cartésien 3×3 où 3 est l'ensemble des nombres réels, on peut définir des espaces à deux dimensions $A \times B$ où les éléments de A et de B ne sont pas obligatoirement des nombres mais des entités d'une autre nature. Les points de cet espace bi-dimensionnel sont les éléments du produit cartésien $A \times B$. Les éléments de A sont représentés sur un axe imaginaire des abscisses et les éléments de B sont représentés sur un axe imaginaire de l'axe des ordonnées. Par exemple, si on pose $A = \{ a, b, c \}$ où $a, b,$ et c sont des entités administratives et $B = \{ d, e \}$ des chiffres de populations, alors le graphe du produit cartésien $A \times B$ est situé dans un espace à deux dimensions dont les points sont des couples ordonnés $\langle \alpha, \beta \rangle$ où α est une entité administrative dans A et β son chiffre de population dans B (Figure 2). La *relation n-aire totale* est celle où la partie P coïncide avec le produit cartésien tout entier, c'est à dire celle où P contient toutes les séquences $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ avec $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n$.



1. DIFFÉRENTIATION ET PRODUIT GEOGRAPHIQUE: GEOGRAPHIES ET CARTOGRAPHIES

1.1. DIFFÉRENTIATION GEOGRAPHIQUE (G 1)

Le plus grand objet envisagé par les géographies est la Terre; tous les objets macroscopiques mesurés à ses différentes échelles peuvent être des objets géographiques.

Les deux *ensembles initiaux* de la logique Tout/Partie sont:

« ... Λ un *ensemble fini* de lieux et O un *ensemble fini* d'objets sur la Terre... »

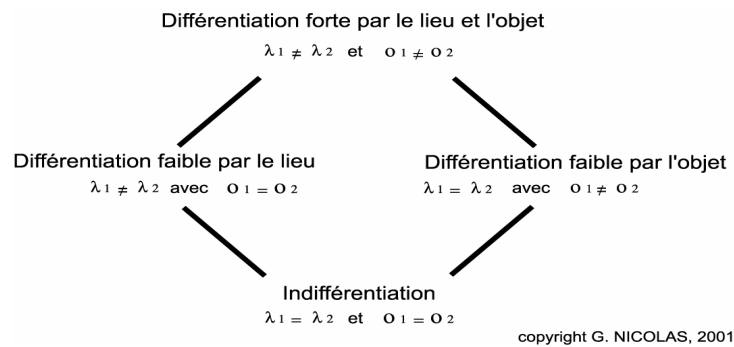


Figure 3

Le *produit cartésien* : $P_c = \Lambda \times O$ est l'ensemble des couples ordonnés $p = \langle \lambda \times o \rangle$ où λ appartient à Λ et o appartient à O . Une *entité spatiale* est n'importe quelle partie du produit $P_c = \Lambda \times O$.

Deux couples $p_1 = \langle \lambda_1 \times o_1 \rangle$ et $p_2 = \langle \lambda_2 \times o_2 \rangle$ sont *distincts* et on écrit : $p_1 \neq p_2$, s'il y a une *différenciation* (écrite avec un t) d'une au moins de leurs composantes, le lieu ou l'objet. Il existe alors quatre possibilités (Figure 3).

Une entité spatiale est dite *géographique* si elle ne contient que des couples différenciés deux à deux, et par le lieu et par l'objet.

Donc si, $\langle \lambda_1, o_1 \rangle$ et $\langle \lambda_2, o_2 \rangle$ sont deux couples de l'entité envisagée, alors $\lambda_1 \neq \lambda_2$ et $o_1 \neq o_2$. *En d'autres termes, sur la Terre, toute relation entre deux couples lieu-objet différenciés est, par définition, géographique.*

Une entité spatiale est dite *cartographique* si elle ne contient que des couples semi-différentiés deux à deux .

Si $\langle \lambda_1, o_1 \rangle$ et $\langle \lambda_2, o_2 \rangle$ sont deux couples de l'entité envisagée, alors $\lambda_1 \neq \lambda_2$ mais $o_1 = o_2$, ou $\lambda_1 = \lambda_2$ mais $o_1 \neq o_2$. *En d'autres termes, sur la Terre, toute relation entre deux couples lieu-objet semi - différenciés est, par définition, cartographique.*

Si la Terre = T, entité de départ des géographies, est posée comme un Tout, alors on peut donner à T le statut d'ensemble formé par une Partie G du produit cartésien Pc dont le lieu et l'objet ne sont pas indifférenciés:

$G \subset \Lambda \times O$. *Il n'y a pas unicité dans le choix de G mais cette difficulté est assumée en prenant G aussi large que possible.*

Soit l'entité spatiale totale :

$\Lambda \times O$ avec $\Lambda = \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \}$ l'ensemble des lieux et

$O = \{ o_1, o_2, \dots, o_n \}$ l'ensemble des objets.

A partir d'un couple quelconque $\langle \lambda_{i1}, o_{j1} \rangle$ il y a $m - 1$ façon de choisir i_2 et $n - 1$ façon de choisir j_2 , tels que le couple $\langle \lambda_{i2}, o_{j2} \rangle$ soit différencié et par le lieu et par l'objet par rapport à $\langle \lambda_{i1}, o_{j1} \rangle$. Il y a ensuite $m - 2$ choix pour trouver i_3 et $n - 2$ choix pour trouver j_3 , tels que $\langle \lambda_{i3}, o_{j3} \rangle$ soit différencié par le lieu et par l'objet par rapport à $\langle \lambda_{i1}, o_{j1} \rangle$ et $\langle \lambda_{i2}, o_{j2} \rangle$. Par conséquent, à partir du couple initial $\langle \lambda_{i1}, o_{j1} \rangle$ on obtient si $m < n$ un total de: $m (m - 1) (n - 1) (n - 2) \dots 2 (n - m + 2)$ couples formant une *entité géographique saturée* E, c'est à dire une entité dont deux couples quelconques sont différenciés et par le lieu et par l'objet. Mais toute nouvelle entité E obtenue en lui ajoutant un nouveau couple $\langle \lambda, o \rangle$ n'est plus une entité géographique. Le cardinal de l'entité géographique saturée E ne dépend donc pas du couple initial $\langle \lambda_{i1}, o_{j1} \rangle$, mais seulement du cardinal de Λ , du cardinal de O et de $m < n$. Si $m > n$, alors le cardinal de E devient $m^2 (m - 1)^2 (m - 2)^2 \dots 3^2, 2^2$

Enfin, en ce qui concerne les entités cartographiques saturées, une telle entité contient n couples, si la différenciation est par rapport à l'objet et contient m couples si la différenciation est par rapport au lieu. Peut donc exister m entités et n entités cartographiques.

1.2. PRODUIT GEOGRAPHIQUE (G 2)

Le *produit géographique* \oplus est la restriction du produit cartésien \times aux couples ordonnés et différenciés dont le lieu et l'objet ont le même indice.

$\{ \langle \lambda_1, o_1 \rangle, \langle \lambda_2, o_2 \rangle, \dots, \langle \lambda_n, o_n \rangle \} = \{ \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n \}$ où $\langle \lambda_n, o_n \rangle = \gamma_n$

Un *Tout* est, par définition, une entité géographique formée par un ensemble de couples de lieux-objets dont les termes ont le même indice.

$$T = \langle \lambda_x \oplus o_x \rangle = \{ \gamma_x \}$$

Une *Partie* est un sous-ensemble de l'entité géographique T .

$$P \subset T$$

Ordonnons les lieux Λ dans la suite $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ et les objets O dans la suite o_1, o_2, \dots, o_n , avec un nombre de lieux égal au nombre d'objets. Le produit géographique $\Lambda \oplus O$ de Λ et O est, par définition, l'ensemble des couples $\langle \lambda_1, o_1 \rangle, \langle \lambda_2, o_2 \rangle, \dots, \langle \lambda_n, o_n \rangle$. Géométriquement, si l'on représente les lieux sur un axe horizontal et les objets sur un axe vertical, les couples appartenant à $\Lambda \oplus O$ se situent sur la bissectrice. Les couples du produit géographique $\Lambda \oplus O$ sont alors toujours différenciés deux à deux (figure 4).

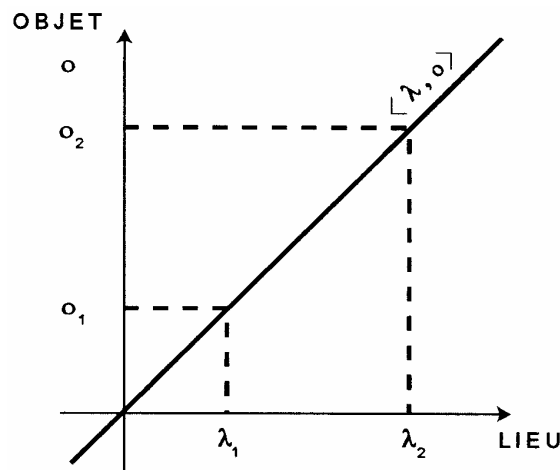


Figure 4 : $\lambda_1 \neq \lambda_2$ et $o_1 \neq o_2$

Un couple $\langle \lambda_n, o_n \rangle$ où λ et o ont le même indice est un *lieu-objet géographique* appelé *Tout*. Les couples différenciés: $\langle \lambda_1, o_1 \rangle, \langle \lambda_2, o_2 \rangle, \dots, \langle \lambda_n, o_n \rangle$ avec $\lambda_1 \neq \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1} \neq \lambda_n$ et $o_1 \neq o_2, \dots, o_{n-1} \neq o_n$, qui ont les mêmes indices se regroupent sur la bissectrice de la figure 5 qui représente l'ensemble des *Tout-s géographiques*. Une *entité géographique* ne contient

que des couples différenciés deux à deux: $\langle \lambda_1, o_1 \rangle$ et $\langle \lambda_2, o_2 \rangle$ avec: $\lambda_1 \neq \lambda_2$ et $o_1 \neq o_2$.

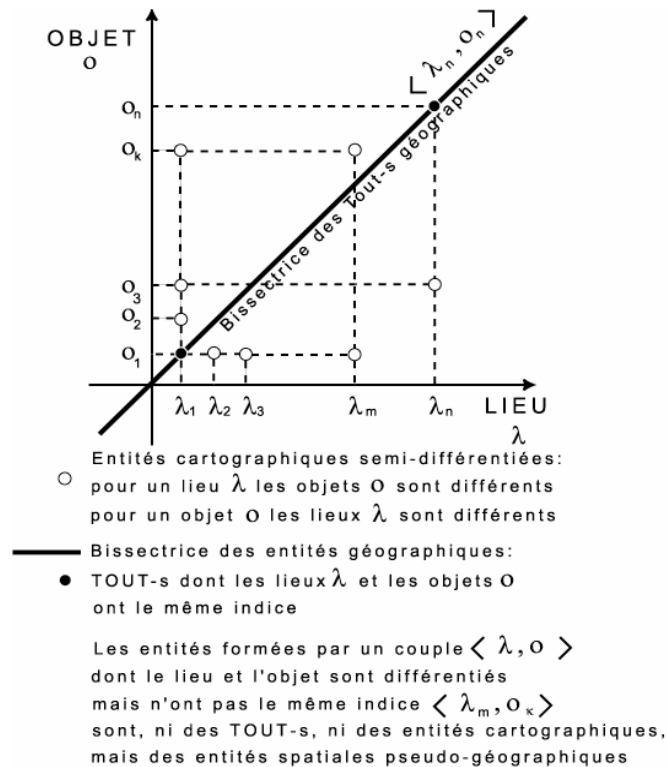


FIGURE 5

copyright Georges NICOLAS, 2002

Les entités spatiales cartographiques sont formées par des couples semi-différenciés pris deux à deux. Si les lieux sont différenciés :

$\lambda_1 \neq \lambda_2$, mais pas les objets: $o_1 = o_2$, l'entité est une *carte analytique* qui désigne un objet dans un ensemble des lieux :

$\langle \lambda_2, o_1 \rangle, \langle \lambda_3, o_1 \rangle, \dots, \langle \lambda_m, o_1 \rangle$. Si les objets sont différenciés: $o_1 \neq o_2$ mais pas les lieux: $\lambda_1 = \lambda_2$, l'entité est une *carte synthétique* qui regroupe un ensemble d'objets différenciés dans un seul lieu: $\langle \lambda_1, o_2 \rangle, \langle \lambda_1, o_3 \rangle, \dots, \langle \lambda_1, o_k \rangle$.

Les entités du type: $\langle \lambda_m, o_k \rangle$ et $\langle \lambda_3, o_n \rangle$ formées par des couples pris deux à deux dont les indices des lieux λ et des objets o diffèrent, sont des entités spatiales pseudo - géographiques.

1.3. QU'EST CE QU'UN TOUT GEOGRAPHIQUE ?

Ceci étant, empiriquement, qu'est ce qu'un Tout dont le lieu et l'objet portent le même indice et en quoi se distingue-t-il d'un lieu-objet dont le lieu et l'objet sont différenciés mais dont les indices sont différents ?

« L'indice du lieu est égal à l'indice de l'objet » est nécessaire pour manier scientifiquement des lieux-objets cohérents tels qu'on les observe empiriquement et faciliter les calculs. Par exemple, un « lieu blé » ne peut pas être mis en relation avec un « objet maïs ». Le « lieu-objet [champ de] blé » comporte un « lieu blé » et un « objet blé ». C'est fondamental en télédétection. En effet, quel pourrait être l'intérêt d'un « lieu blé » s'il pouvait correspondre indifféremment à un « objet blé » ou un « objet maïs » ? Par conséquent, la différenciation « lieu blé » est d'abord détectée par la différence de longueur d'onde entre le « lieu blé » et les « lieux autres cultures ». On retrouve ensuite l'objet à partir de l'identification du lieu (grâce à sa longueur d'onde spécifique). Finalement, le nombre de lieux peut certes être différent du nombre d'objets mais ce sont les lieux-objets cohérents qui sont empiriquement utilisables ; d'où la condition : « Le nombre de lieu doit être égal au nombre d'objet ». Par conséquent, l'ensemble des lieux-objets dont les lieux et les objets ont le même indice sont des Tout-s.

Cette condition n'est en rien limitative quant au caractère qualitatif ou quantitatif des Tout-s employés. C'est au contraire un outil pour analyser n'importe quel énoncé géographique. Soit, par exemple, la métaphore de « l'Hexagone » comme synonyme de la « France ». Si on pose « l'Hexagone-France » comme un Tout, celui-ci est un lieu-objet dont le lieu et l'objet ont le même indice. Par conséquent, le « lieu Hexagone » forme un couple indissociable avec « l'objet France ». Par extension géographique, « l'objet France » doit donc avoir la même extension géographique que l'objet « Hexagone ». Comme sur la bissectrice des Tout-s géographique, la Partie P, sous ensemble de T, est une Partie de T, mais que P lui même est un T, en plus, toutes les propriétés de l'hexagone sont des propriétés de la France. Par conséquent, le centre de la France, c'est à dire sa capitale, doit être le centre de « l'Hexagone-France ». Malheureusement, géométriquement et géographiquement ce n'est pas le cas : Paris n'est pas au « centre » de la France. Plusieurs solutions ont été envisagées pour pallier cette malencontreuse impropriété pseudo-

géographique. Au XIX^e siècle, un auteur français, C. Pecqueur¹, a proposé de considérer que « Paris c'est la France », ce qui résout le problème en le posant. L'autre solution a été suggérée par Walter Christaller pour qui le « *eigentlicher Mittelpunkt* » (« centre véritable ou réel ») de la France est à Orléans (ou éventuellement à Bourges)² et que par conséquent sa capitale doit y être déplacée.

Enfin, rien n'empêche un théoricien plus ou moins délirant de constituer des « couples » encore plus aberrants. Par exemple : « toutes les femmes anglaises sont rousses » parce que la première fois qu'il a débarqué en Angleterre il a rencontré par hasard plusieurs femmes rousses pendant la première heure qu'il était sur le sol britannique. La plupart des préjugés racistes sont de cet ordre. Il est donc indispensable d'assumer la possibilité théorique de la constitution de couples $\langle \lambda, o \rangle$ dont le lieu et un objet sont arbitrairement associés. Mais en plus, si on passe de « l'analyse en soi » de lieux-objets arbitraires (dont le lieu a un indice différent de l'objet) à la « mise en relation » de lieux-objets cohérents (dont le lieu et l'objet ont le même indice) on peut employer la logique Tout / Partie pour comprendre la logique de la plupart des systèmes de pensée géopolitiques.

Prenons, par exemple, deux théories géopolitiques classiques: la « centralité » allemande et la « continentalité » russe. Dans *Politische Geographie* (1897), Friedrich Ratzel (1844-1904) soutient que l'Allemagne est au centre de l'Europe. Or, comment peut-il en être ainsi s'il n'est pas sûr que la Russie fasse partie de l'Europe ? L'Allemagne devient ainsi un lieu impossible à définir, thème récurrent de la pensée politique allemande. En revanche, Halford John Mackinder (1861-1947) qui nie la centralité de l'Allemagne soutient en 1904, 1919 et 1943 que les Etats peuvent être définis à partir des conditions géographiques mondiales. Ainsi, la Russie, *pouvoir continental terrestre* se trouve au « cœur » (« Heartland ») du « World Island »; la Grande Bretagne et les Etats-Unis, *pouvoirs maritimes*, sont basés dans les îles autour du Vieux continent; les *pouvoirs intermédiaires mixtes* se répartissent en « Couronnes » concentriques autour du « Heartland ». Logiquement, les alliances devraient se nouer entre les pouvoirs maritimes et les pouvoirs intermédiaires pour équilibrer les avantages centraux et les ressources considérables du pouvoir continental. Or, historiquement, elles ne se sont pas réalisées pendant les deux Guerres mondiales mais seulement pendant la Guerre froide. Il est donc permis de douter que la répartition des pouvoirs et des alliances obéit à des « lois » géographiques³.

¹ Pecqueur 1839.

² Christaller 1950.

³ Nicolas 2001.

2. GEOGRAPHIES QUALITATIVES

Dans les géographies qui ne font pas appel à la quantification on utilise couramment des lieux-objets semi-différentiés sous la forme de cartes et des lieux-objets différenciés sous la forme de Tout-s. Mais on peut également employer des entités pseudo- géographiques sous la forme d'une association entre un objet et un lieu qui n'ont pas le même indice, c'est à dire des entités pseudo- géographiques, comme nous venons de le voir (point 1).

La géographie politique ou la géopolitique utilisent systématiquement ces entités pseudo - géographiques. Mais elles en sont pas les seules. La géographie régionale classique et surtout toutes les géographies littéraires pratiquent des combinaisons complexes entre une identification cartographique ou visuelle suivie d'un appel à des Tout-s homogènes pour les décrire et enfin des métaphores utilisant des entités qui associent des objets à des lieux qui ne leur correspondent pas.

Ainsi, dans le « Tableau de la géographie de la France » (1903), pour mener à bien ses tentatives d'explications, Paul Vidal de la Blache part de l'observation directe d'un lieu-objet « limon » dont les lieux sont confondus avec leur localisation sur les cartes géologiques. Cet objet différencié représenté à l'aide de localisations indifférenciées est posé comme un Tout. Il devient le lieu-objet homogène : « limon ». Ce premier Tout est alors mis en relation avec un autre Tout : « les opulentes moissons ». Ceci étant, Paul Vidal de la Blache constate que certains lieux ne sont pas de limon mais « d'argile à silex ». Il fabrique alors un Tout défini par un lieu-objet hétérogène : la « région naturelle » de Beauce. Ce pseudo lieu-objet est un couple entre le lieu « limon » et l'objet « opulentes moissons », le second correspondant spatialement au premier que dans le pseudo « lieu-objet » « Beauce », à l'exception des « endroits » où se trouvent de « l'argile à silex »⁴.

Ce type de raisonnement se rencontre également chez tous les auteurs de langue anglaise ou russe qui étudient les espaces continentaux d'Asie et d'Europe du Vieux Monde. Le point de départ du raisonnement est l'identification cartographique de plusieurs caractéristiques physiques: les bassins hydrographiques fermés sans écoulement vers les mers libres de glace, les grandes plaines continentales (d'un seul tenant), le climat

⁴ Loi 2000, p. 110-111.

continental à hiver long et neigeux, la steppe « sèche », la « continentalité » (l'éloignement kilométrique des côtes maritimes) etc. Les lieux-objets différenciés ainsi identifiés sont posés comme des Tout-s et mis en intersection spatiale pour générer par superposition cartographique un nouveau Tout : la « Pivot area », le « Heartland », « l'Eurasie », la « Russie-Eurasie » etc. Ces nouveaux Tout-s sont considérés par les auteurs qui les ont créés comme des lieux-objets homogènes. Mais l'observation cartographique élémentaire montrent qu'ils ne sont pas homogènes. Par exemple : l'Oural qui fait partie de la « Pivot area » est une montagne dans un espace défini à l'aide des « grandes plaines continentales » ; ou encore, à 400 km des côtes la « continentalité » de la « Russie-Eurasie » englobe une bonne partie de la France etc. Dès lors, ces auteurs élaborent de nouveaux lieux-objets pseudo - géographiques qui associent, sans plus se soucier de cartographie, un lieu du Tout construit à l'aide de la superposition des caractéristiques physiques initiales et un nouvel objet historique. Ainsi le « Heartland » devient le « berceau » des Empires ukrainiens, mongols, russes et soviétiques et la « Russie-Eurasie » le « cœur géopolitique » continental des Empires mongol et russe⁵.

Ceci étant, après la fin des géographies classiques et néo - classiques, les géographes se sont efforcés de sortir de ces approximations, dont la réalité est incontestable en tant qu'idéologie motivant les individus et les peuples, en définissant des entités non plus par le « raisonnement qualitatif » ou la description mais par le calcul (voir point 3). Il n'en reste pas moins que les démarches qualitatives continuent à être employées sous des formes les plus diverses entre lieux-objets semi-différenciés, différenciés ou pseudo - différenciés, cette dernière catégories jouant évidemment un rôle déterminant. Ainsi, il a été proposé et pratiqué des procédures de calcul en fonction de la taille d'entités spatiales sur des « territoires » dont la définition associe *a priori* de manière « systémique » des processus économiques, sociaux et politiques⁶.

⁵ Nicolas et Sériot 1998.

⁶ Ferrier 2002.

3. GEOGRAPHIES QUANTITATIVES : DEFINITION DES MATRICES DE CALCUL

Une matrice est un tableau à double entrée ayant m lignes et n colonnes.

3.1. APPLICATIONS DES LOCALISATIONS DANS LES OBJETS (LOCALISATION SANS LIEU)

La diversité des combinaisons « localisation-donnée » peut être exprimée à l'aide d'une relation binaire $R (D 5)$ conçue comme une partie de $L \times O$. Soit l'application $f : L \rightarrow O$ où à chaque localisation de l de L correspond un seul objet o de O .

On associe à chaque l de L le couple ordonné $\langle l, f(l) \rangle$ qui est, autrement dit, le vecteur (abréviation : V) :

$$\xrightarrow{\quad} \\ V = l, f(l).$$

L'application génère alors les vecteurs de localisations des objets

$$\xrightarrow{\quad} \\ V(l) = \langle l, o = f(l) \rangle ; l = l_1, l_2, \dots, l_n$$

avec $L = \langle l_i ; 1 \leq i \leq m \rangle$ et $O = \langle o_j ; 1 \leq j \leq m \rangle$.

$f : L \rightarrow O$ (31.1.) *Application des localisation dans les objets.*

avec $L = \langle l_i ; 1 \leq i \leq m \rangle$ et $O = \langle o_j ; 1 \leq j \leq m \rangle$.

$$\xrightarrow{\quad} \\ \mathbf{V(l)} = \langle \mathbf{l}, \mathbf{o} = \mathbf{f(l)} \rangle$$

(31.2.) *Vecteurs des localisations des objets.*

avec $l = l_1, l_2, \dots, l_n$

3.2. APPLICATION DES LOCALISATIONS DANS LES LOCALISATIONS DES OBJETS (LOCALISATION SANS LIEU)

En ligne, chaque objet est localisé par ses coordonnées (x, y) . La localisation d'un de ces objets est considérée comme origine. On cherche sur la carte un deuxième objet, puis un troisième objet et ainsi de suite. On

porte en colonne les coordonnées de chaque objet et on ajoute la distance entre les objets. Deux applications sont successivement utilisées.

La première application, avec $m = n$, est implicite. C'est l'application f de L dans O qui fait correspondre à chaque élément $l(x, y)$ de L un élément o et un seul de O . Cette application génère le vecteur de localisation $V(l)$ de l'objet $o(l)$.

La deuxième application $h : L \rightarrow L \times \mathbb{R}^+$ où \mathbb{R}^+ est l'ensemble des nombres réels positifs, associe à chaque localisation l de L un couple formé par la localisation l' la plus proche de l (au sens de la distance euclidienne) et la distance euclidienne $d(l, l')$ entre l et l' . En partant d'une localisation de l_1 de L , on prend l'image de l_1 par l'application :

$$h(l_1) = \langle l_2, d(l_1, l_2) \rangle;$$

puis on applique à l_2 la même application h et on obtient :

$$h(l_2) = \langle l_3, d(l_2, l_3) \rangle, \text{ puis on continue en prenant de façon itérative les images successives par } h.$$

A la suite de localisations $l_1, l_2, l_3 \dots$ correspond la suite de vecteurs :

$$\vec{V}_1 = l_1, l_1, \vec{V}_2 = l_2, l_3, \vec{V}_3 = l_2, l_3, \dots, \text{ associée à une suite de distance : } d(l_1, l_2), d(l_2, l_3), d(l_3, l_4) \text{ etc.}$$

En résumé, en partant d'une localisation initiale l_1 , l'application h donne par itération deux suites:

1) une suite de vecteurs - localisations l_i, l_{i+1} avec $i > 1, 2, \dots$

2) une suite de distances: $d(l_i, l_{i+1})$ avec $i = 1, 2, \dots$

$$\vec{l}_i, l_{i+1} \text{ avec } i > 1, 2, \quad (32. 1.) \text{ Suite de vecteurs - localisations.}$$

$$d(l_i, l_{i+1}) \text{ avec } i = 1, 2, \quad (32. 2.) \text{ Suite de distances.}$$

3.3. APPLICATION DES LOCALISATIONS DANS LES LIEUX (LIEU ET LOCALISATION)

Considérons l'ensemble L des localisations:

$l_1 = l(x_1, y_1), l_2 = l(x_2, y_2), \dots, l_m = l(x_m, y_m)$ et l'ensemble des Λ des lieux $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$. L'application $g: L \rightarrow \Lambda$ fait correspondre à chaque élément l_m de L l'élément λ_m de Λ .

L'application g génère l'ensemble V des vecteurs V_1, V_2, \dots, V_m^*

$$\vec{V}_i = l_i, \lambda_i \text{ pour } i = 1, 2, \dots, m.$$

$g: L \rightarrow \Lambda$ (33.1.) Application des localisations dans les lieux

$V = (V_1, V_2, \dots, V_m)$ (33.2.) Vecteur de localisation des lieux

où $V_i = l_i, \lambda_i$ pour $i = 1, 2, \dots, m$.

3.4. RELATION DES OBJETS AVEC DES OBJETS (LOCALISATION SANS LIEU)

On pose :

$O = \langle v_1, v_2, \dots, v_m \rangle$

dans les lignes et

$O' = \langle v'_1, v'_2, \dots, v'_m \rangle$

avec $n \geq m$ dans les colonnes (terminologie matricielle).

Chaque élément v_i ($1 \leq i \leq m$) de O en ligne est mis en relation avec au moins un élément v_j ($1 \leq j \leq m$) de O' en colonne. On génère de cette façon un vecteur de mise en relation des objets qui ont la même localisation. Si l'on note cette relation ρ , on obtient les vecteurs:

$\tilde{V}_i = o_i, \rho(o_i)$, où $\rho(o_i)$ est l'ensemble de tous les éléments de v_j de O' pour lesquels v_i est dans la relation ρ avec v_j soit : $(v_i) \rho (o_j)$.

On remarque que dans ce cas il ne s'agit plus d'une fonction (ou application), car à un élément de O on peut associer éventuellement plusieurs éléments de O' .

3.5. APPLICATION DES LOCALISATIONS DANS LES LIEUX-OBJETS (LIEU ET LOCALISATION)

Il faut remarquer au préalable que la « relation spatiale » n'est pas une relation mathématique mais une relation géographique dans la logique Tout / Partie. Le problème qui est examiné est double: 1) comment coordonner la relation spatiale et la distance géographique qui repose sur des évidences d'observation ; 2) comment traduire ou transposer en langage mathématique, le lieu-objet, la relation spatiale et la distance géographique afin de pouvoir calculer.

Si $*$ est la relation spatiale entre les lieux-objets $\gamma_i = (l_i, o_i)$, la distance géodésique $d_K(\gamma_1, \gamma_2)$ est constante, et $d_K(\gamma_1, \gamma_2) = d_K(\gamma_2, \gamma_1)$. La distance géographique d_g vérifie alors les conditions suivantes:

$$d_g(\gamma_2(x, y) * \gamma_1(x, y)) * d_g(\gamma_1(x, y) * \gamma_2(x, y)) = d_K(\gamma_1(x, y), \gamma_2(x, y)) \quad (35.1)$$

$$\gamma_1(x, y) * d_g(\gamma_2(x, y) * \gamma_1(x, y)) = \gamma_2(x, y) * d_g(\gamma_1(x, y) * \gamma_2(x, y)) \quad (35.2)$$

Par convention, on pose : $\gamma_1(x, y) = \gamma_1$ et $\gamma_2(x, y) = \gamma_2$,
 puis : $\gamma(x, y) * \gamma(x, y) = \gamma * \gamma$.

On peut alors écrire: $d_g(\gamma_1 * \gamma_2) = d_g(\gamma_1\gamma_2)$ et $d_g(\gamma_2 * \gamma_1) = d_g(\gamma_2\gamma_1)$
 D'où :

$$d_g(\gamma_2\gamma_1) * d_g(\gamma_1\gamma_2) = d_K(\gamma_1, \gamma_2) = d_K(\gamma_2, \gamma_1) \quad (35.1')$$

$$\gamma_1 * d_g(\gamma_2\gamma_1) = \gamma_2 * d_g(\gamma_1\gamma_2) \quad (35.2')$$

où $d_g(\gamma_1\gamma_2)$ est différent de $d_g(\gamma_2\gamma_1)$ si $\gamma_1 \neq \gamma_2$

Les équations (0.1') et (0.2') se calcule en adoptant l'interprétation suivante:

$$d_g(\gamma_1\gamma_2) = \sqrt{\gamma_1 / \gamma_2} \times \sqrt{d_K(\gamma_1, \gamma_2)} \quad (0.1'')$$

distance géographique $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2$ entre les lieux-objets γ_1 et γ_2

$$d_g(\gamma_2\gamma_1) = \sqrt{\gamma_2 / \gamma_1} \times \sqrt{d_K(\gamma_2, \gamma_1)} \quad (0.2'')$$

distance géographique $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1$ entre les lieux-objets γ_2 et γ_1

[Remarque : le signe \times est le signe *multiplier* mais pas le *produit cartésien*.]

4. CARTOGRAPHIE AUTOMATIQUE ET GEOMATIQUE⁷

Si un lieu-objet géographique n'est pas directement saisissable on peut le remplacer par une de ses propriétés enregistrables, par exemple, sa longueur d'onde. Si cette propriété est commune à de nombreux lieux-objets différents on peut donc remplacer ces lieux-objets par leurs propriétés grâce à une opération de « métonymie ». Il s'agit d'un procédé de langage par lequel on exprime le concept « lieu-objet » au moyen du terme « longueur d'onde » qui désigne alors le lieu-objet auquel il est lié par une relation nécessaire de différentiation (G 1). La partie efficace de Pc pour T posé comme étant la Terre revient à considérer les couples $\langle \lambda_1, o_1 \rangle$, $\langle \lambda_2, o_2 \rangle$ où $\lambda_1 \neq \lambda_2$ avec $o_1 = o_2$. Du point de vue « distance », le géodésique est réductible au cartographique (comme les différences de longueur d'onde le confirme) et par conséquent les problèmes de la distance

⁷ Point rédigé en commun avec Sébastien GADAL.

cartographique (entre les lieux) et ceux concernant la distance géodésique peuvent être traités de la même manière.

De même, la « métonymie » est aussi couramment employée pour remplacer un lieu-objet géographique qui n'est pas directement saisissable par un objet dont les propriétés sont enregistrables. Par exemple, les lieux peuvent être remplacés par les localisations dans lesquelles sont enregistrées de multiples données statistiques. Ces données sont alors « communes » à de nombreux lieux-objets différents liés par une relation nécessaire de différenciation (G 1). La partie efficace de P_c pour T posé comme étant la Terre revient alors à considérer les couples :

$\langle \lambda_1, o_1 \rangle, \langle \lambda_2, o_2 \rangle$ où $o_1 \neq o_2$ avec $\lambda_1 = \lambda_2$. Enfin, comme précédemment, du point de vue « distance », le géodésique est réductible au cartographique (comme les différences de longueur d'onde le confirme) et par conséquent les problèmes de la distance cartographique (entre les lieux) et ceux concernant la distance géodésique peuvent être traités de la même manière.

Ces deux démarches, permettent de partir de la différenciation des lieux pour résoudre un problème courant en cartographie classique qui consiste à essayer de représenter dans une même localisation plusieurs objets différents qui ont chacun un lieu. Ce problème peut être résolu grâce à l'utilisation d'images satellitaires, en l'occurrence les impulsions électromagnétiques du sol enregistrées par le capteur.

La méthode morpho-génétique employée, fait appel à des données de télédétection optique qui sont une représentation de la mesure des réflectances électromagnétiques des lieux-objets géographiques et de leurs relations. Or ces données fournissent une image spectrale rarement homogène de « lieux-objets » multiples. Chacune de ces images est un ensemble de pixels qui concerne des lieux différenciés, reflets d'un complexe de lieux-objets. Cet ensemble intègre donc une multitude d'attributs dans une seule localisation. C'est l'associativité des différentes mesures des réflectances qui va permettre d'identifier le couple « lieu-objet » par la détection des discontinuités spatiales et leur représentation.

Cette détection fait appel à des procédures de calcul classique équivalente dans le traitement d'image à l'analyse en composante principale (ACP) en analyse de donnée, ainsi qu'à des opérateurs statistiques locaux qui permettent d'ajuster l'information géographique pour optimiser l'image satellitaire dans le niveau spatial étudié. La reconnaissance, l'extraction des discontinuités spatiales qui reflètent les différents types de lieux (entre lieux des lieux-objets et entre lieux des lieux-objets) se font par la transformation morphologique de l'image précédemment filtrée. On obtient ainsi une représentation de l'espace

géographique en isolignes de discontinuités spatiales. Chacune d'entre elle appartient à une entité spatiale qui forme un couple « lieu-objet ». Elles sont à la fois des localisations en chaque point de l'isoligne, une mesure quantifiée et l'expression d'une géométrie. La localisation des *bords*, c'est-à-dire la discontinuité qui marque la limite du « lieu-objet » donne à la fois la forme de l'objet et sa localisation. Les localisations des discontinuités spatiales intrinsèques à l'objet lui confèrent sa morphologie et son degré de différenciation par rapport aux autres objets. Les coordonnées de localisation des discontinuités spatiales génèrent finalement une représentation de la morphologie de l'espace et de chacun des ses composants « lieu-objet ». Par conséquent, en se fondant sur la métonymie, l'extraction des lieux peut précéder l'identification des lieux-objets.

CONCLUSION

	Cartes	Mappes
Lieux-objets homogènes	Géographies quantitatives	Géographies globales
Lieux-objets homogènes et hétérogènes	Géographies qualitatives	

Tout discours géographique utilise un lieu-objet qui est différencié par le lieu, l'information ou les deux à la fois. Mais comme le lieu n'est pas la localisation, plusieurs lieux-objets peuvent être localisés dans une même localisation. Il en résulte que les géographies sont distinctes des cartographies tout en étant étroitement en rapport avec elles puisque les unes et les autres utilisent les lieux-objets. En effet, si les *cartes analytiques* représentent un même objet indifférencié dans des lieux différenciés et les *cartes synthétiques* représentent des objets différenciés dans des lieux indifférenciés (assimilés à des localisations), les mappes géographiques représentent des lieux-objets dans leur intégralité.

Ceci étant, dans les géographies, la différenciation des lieux-objets peut être utilisée de plusieurs manières. Si la différenciation de l'objet correspond à la différenciation du lieu, le lieu λ a le même indice que l'objet o et forme un couple homogène de type $\langle \lambda_i, o_i \rangle$ appelé un *Tout géographique*. Ceci étant, nombre de géographes manient depuis des millénaires des couples hétérogènes du type $\langle \lambda_i, o_h \rangle$ qui sont des pseudo lieux-objets géographiques dont le lieu λ n'a pas le même indice que l'objet o . Cette pratique a été rejetée par les géographes qui emploient la quantification mais elle est encore considérée comme légitime par une majorité d'autres géographes.

Il y a donc beaucoup de façons de faire de la géographie car il faut tenir compte non seulement de la manière dont le couple lieu-objet est utilisé mais encore des combinaisons différentes dans l'emploi des cartes, des mappes avec les lieux-objets.

La première manière qui est la plus ancienne et la plus répandue combine les lieux-objets homogènes et hétérogènes avec l'utilisation des cartes dans le but de dessiner ou de décrire des mappes. Le nombre de ces géographies est très important pour deux raisons. Tout d'abord il est possible de fabriquer plus de lieux-objets hétérogènes pseudo -

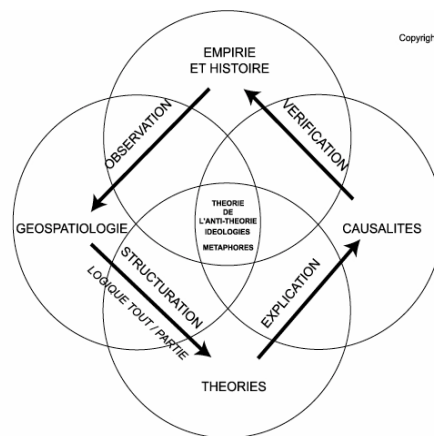
géographiques que de lieux-objets géographiques homogènes. En effet, le cardinal des lieux-objets hétérogènes pseudo - géographiques dépend du cardinal Λ de l'ensemble des lieux et du cardinal O de l'ensemble des objets. En revanche, le cardinal de l'ensemble des lieux-objets homogènes est soumis à la condition cardinal $\Lambda = \text{cardinal } O$. Ensuite, il est également loisible de mettre au point une très grande variété de circuits entre les cartes, les mappes, et les lieux-objets homogènes ou hétérogènes. Or, chaque école, chaque courant de géographie, chaque géographe peut inventer ou construire sa manière de combiner tous ces éléments.

La deuxième manière consiste à chercher à définir des ensembles d'objets homogènes afin de pouvoir les quantifier de la manière la plus rigoureuse possible. Il n'est pas certain que le but soit toujours atteint mais en théorie c'est l'objectif visé. Ceci étant, les géographes qualitatifs ont beau jeu de dénoncer le caractère hétérogène des données employées par manque de critique préalable ou contrôle insuffisant des procédures de calcul employées. Reste d'autre part la difficulté de distinguer dans le travail des géographes quantitativistes les cartes et les mappes. Il faut cependant remarquer que les géographes qui utilisent les images satellitaires contrôlent mieux les enchaînements de cartes / mappes / cartes etc. puisqu'ils ont la possibilité de représenter les lieux différenciés avant les lieux-objets et les objets.

Enfin la troisième manière d'utiliser les lieux-objets est celle qui est pratiquée dans les géographies globales qui cherchent à combiner l'utilisation de lieux-objets homogènes quantifiés avec des démarches explicatives qualitatives dans lesquelles elles cherchent à éviter l'utilisation de lieux-objets hétérogènes. Toutes les géographies modernes actuelles ont l'ambition de fournir des explications globales qui sont en général présentées sous la forme de « modèles » qui se distinguent parfois difficilement de métaphores.

Il est donc vain de chercher à unifier toutes ces géographies qui utilisent différemment les lieux-objets, proposent des causalités différentes ou même opposées, se réfèrent à des situations empiriques ou historiques qui sont autant de contre-exemples réciproques. La *géospatologie* qui regroupe d'une part la formulation des règles de l'utilisation spatiale des lieux-objets à l'aide de la logique Tout / Partie et d'autre part formule mathématiquement les cheminements nécessaires pour utiliser soit qualitativement soit quantitativement ces lieux-objets n'est pas une tentative de réunifier les géographies, pour deux raisons. Premièrement, une même utilisation de la logique Tout / Partie peut aboutir au choix de plusieurs causalités. En revanche, les résultats des analyses en termes de Tout / Partie peut identifier le niveau où se situent les problèmes, soit au niveau logique, soit au niveau causal, soit enfin au niveau empirique ou

historique. Deuxièmement, si la géospatio



SCHEMA EPISTEMOLOGIQUE AD - HOC DES RAPPORTS
ENTRE LES DIFFERENTS TYPES DE CONNAISSANCES GEOGRAPHIQUES
Figure 5

© Georges NICOLAS et Solomon MARCUS, 2000-2002

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- LOI, Daniel (2000) : « Caractères généraux de la causalité vidalienne et objets de l'explication dans le Tableau de la géographie de la France », dans ROBIC, Marie-Claire, *Le Tableau de la géographie de la France de Paul Vidal de La Blache*, Paris : Comité des travaux historiques et scientifiques.
- PECQUEUR, C. (1839) : *Des intérêts du commerce, de l'industrie et de l'agriculture, et de la civilisation en général sous l'application de la vapeur*, Paris.
- CHRISTALLER, Walter (1950) : « Das Grundgerüst der räumlichen Ordnung in Europa. Die Systeme der europäischen zentralen Orte », *Frankfurter geographische Hefie* 24,1, p. 10-97.
- NICOLAS, Georges (2001) : « La logique Tout / Partie fondement scientifique d'un langage des géographies », dans *Quatrième rencontres Théo Quant 1999*, Presses universitaires franc-comtoises, p. 7-17.
- NICOLAS, Georges et SERIOT, Patrick et autres (1998) : « La Russie - Eurasie d'après Savitsky », *Cahiers de géographie du Québec*, 12, 115, p. 67-91.
- FERRIER, Jean Paul, (2000) : « De l'implicite à l'explicite dans la mesure en géographie », dans *GéoPonts*, à paraître.